پاسخنامه تشریحی

۱ با استفاده از رابطهٔ نیروی محرکهٔ القایی فاراده داریم:

$$\overline{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$|\overline{\varepsilon}| = |-N\frac{A\cos\alpha\Delta B}{\Delta t}|$$

$$|\overline{\varepsilon}| = |-۱۰۰۰ \times \frac{(۵۰ \times ۱۰^{-۴})(۱)(-۰/۰۴ - ۰/۰۴)}{۰/۰۱}| \Rightarrow |\overline{\varepsilon}| = ۴۰V$$

البته با دید دیگری می‌توان فرض کرد که میدان مغناطیسی ثابت است و زاویهٔ θ از $\theta_۱ = ۰^\circ$ به $\theta_۲ = ۱۸۰^\circ$ تغییر می‌کند و مسئله را به‌صورت زیر حل کرد:

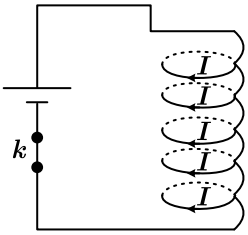
$$|\overline{\varepsilon}| = |\frac{-NBA(\cos\theta_۲ - \cos\theta_۱)}{\Delta t}| = |\frac{-۱۰۰۰ \times ۰/۰۴ \times ۵۰ \times ۱۰^{-۴}(-۱ - ۱)}{۰/۰۱}| = ۴۰V$$

۲

الف درست. وقتی بین دو میله نیروی دافعه وجود دارد، الزاماً هر دوی آنها آهنربا هستند و از طرف قطب‌های همنام به هم نزدیک شده‌اند. اگر یکی از آنها آهنربا نباشد و آهن معمولی باشد، نیروی بین آنها جاذبه خواهد بود.

ب نادرست. میله‌های A و C به دلیل دافعهٔ بینشان حتماً آهنربا هستند. میلهٔ B می‌تواند آهنربایی باشد که از طرف قطب ناهمنام به آهنربای A نزدیک شده است؛ یعنی میلهٔ B هم می‌تواند آهنربا باشد و هم آهن معمولی؛ پس، الزامی در کار نیست.

۳



فنر فشرده شده و طول آن کاهش می‌یابد. با وصل کلید و برقراری جریان الکتریکی در فنر، مطابق شکل روبه‌رو جریانی که از حلقه‌های فنر می‌گذرد، هم‌جهت هستند.

عبور جریان‌های هم‌جهت در سیم‌های موازی باعث ایجاد نیروی جاذبه بین آنها می‌شود. حلقه‌ها یکدیگر را جذب می‌کنند و طول فنر کاهش می‌یابد.

۴ شار مغناطیسی گذرنده از سیملوله همیشه به خاطر وجود میدان مغناطیسی خارجی نیست. میدان مغناطیسی خود سیملوله نیز، در آن شار ایجاد می‌کند؛ بنابراین، ابتدا باید میدان مغناطیسی داخل سیملوله را حساب کنیم و سپس با استفاده از آن، شار را به دست آوریم.

گام اول: محاسبهٔ میدان مغناطیسی داخل سیملوله:

$$B = \mu_۰\frac{N}{l}I \Rightarrow B = (۴\pi \times ۱۰^{-۷}\frac{T \cdot m}{A}) \times (\frac{۲۰۰}{۲۰ \times ۱۰^{-۲}m}) \times (۵A) = ۲۰\pi \times ۱۰^{-۴}T = ۲۰ \times ۳ \times ۱۰^{-۴}T = ۶ \times ۱۰^{-۳}T$$

محاسبهٔ شار: خطوط میدان سیملوله بر سطح مقطع آن عمود است؛ بنابراین، $\theta = ۰$ و داریم:

$$\Phi = BAcos\theta \xrightarrow{\theta=۰\Rightarrow cos۰=۱} \Phi = (۶ \times ۱۰^{-۳}T) \times (۱۵ \times ۱۰^{-۴}m^۲) \times ۱ = ۹۰ \times ۱۰^{-۷}Wb = ۹ \times ۱۰^{-۶}Wb$$

۵

الف از چهار وجه $ADHE$، $BCGF$، $ABCD$ و $EFGH$ شاری عبور نمی‌کند؛ زیرا، این وجوه در راستای خطوط میدان هستند و بردار عمود بر آنها با خطوط میدان زاویهٔ ۹۰ درجه می‌سازد.

$$\Phi = BAcos۹۰^\circ \xrightarrow{cos۹۰^\circ=۰} \Phi = ۰$$

بردار عمود بر هر سطح را به سمت بیرون مکعب در نظر می‌گیریم:

$$A = (۲cm) \times (۲cm) = ۴cm^۲ = ۴ \times ۱۰^{-۴}m^۲$$

$$\Phi_{ABFE} = BAcos۱۸۰^\circ = (۰/۱T) \times (۴ \times ۱۰^{-۴}m^۲) \times (-۱) = -۴ \times ۱۰^{-۵}Wb$$

$$\Phi_{CDHG} = BAcos۰^\circ = (۰/۱T) \times (۴ \times ۱۰^{-۴}m^۲) \times ۱ = ۴ \times ۱۰^{-۵}Wb$$

ب شار کل گذرنده از مکعب برابر صفر است.

$$\Phi_{ABFE} + \Phi_{CDHG} = ۰$$

۶ گام اول: با قرار دادن زمان‌های داده‌شده در معادلهٔ B، اندازهٔ میدان مغناطیسی را در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی داده‌شده به دست می‌آوریم و بعد از آن ΔB را می‌نویسیم:

$$t_۱ = ۱s \Rightarrow B_۱ = ۰/۰۶(۱)^۲ = ۰/۰۶T$$

$$t_۲ = ۳s \Rightarrow B_۲ = ۰/۰۶(۳)^۲ = ۰/۵۴T$$

$$\Rightarrow \Delta B = B_۲ - B_۱ = ۰/۵۴T - ۰/۰۶T = ۰/۴۸T$$

گام دوم: تغییرات شار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\Phi = \Delta(BA\cos\theta) = A(\cos ۰^\circ)\Delta B \Rightarrow \Delta\Phi = ۲۵ \times ۱۰^{-۴}m^۲ \times ۱ \times ۰/۴۸T = ۱۲ \times ۱۰^{-۴} = ۱/۲ \times ۱۰^{-۳}Wb$$

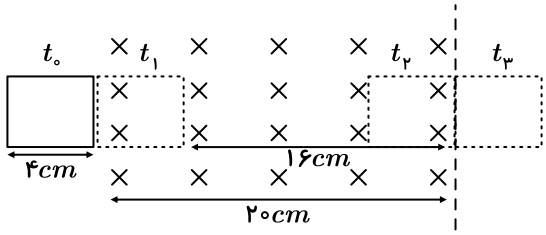
گام سوم: با توجه به بازهٔ زمانی داده‌شده و $\Delta\Phi$ به‌دست‌آمده، می‌توان بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط را محاسبه کرد:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| = ۱ \times \frac{۱/۲ \times ۱۰^{-۳}Wb}{(۳-۱)s} = ۰/۶ \times ۱۰^{-۳}V = ۶ \times ۱۰^{-۴}V$$

۷

الف

نحوهٔ ورود و خروج قاب مستطیلی به میدان مغناطیسی مطابق شکل زیر است. ابتدا زمان‌های مشخص‌شده در شکل را محاسبه می‌کنیم:

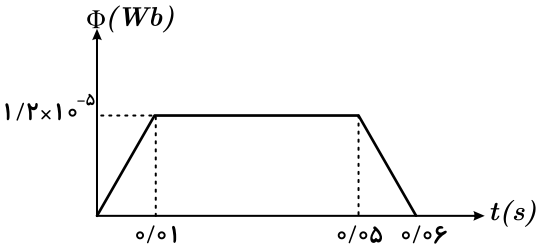


در این بازهٔ زمانی، شار از صفر تا مقدار بیشینه زیاد می‌شود. $\frac{x(\text{طول قاب})}{v(\text{تندی قاب})} = \frac{۴cm}{۴\frac{m}{s}} = ۰/۰۱s$ = ورود کامل قاب به میدان (از $t_۰$ تا $t_۱$)

شار ثابت و در بیشترین مقدار است. $\frac{x(\text{طول باقی‌مانده از میدان})}{v(\text{تندی قاب})} = \frac{۱۶cm}{۴\frac{m}{s}} = ۰/۰۴s$ = حرکت قاب داخل میدان (از $t_۱$ تا $t_۲$)

شار از مقدار بیشینه تا صفر کاهش می‌یابد. $\frac{x(\text{طول قاب})}{v(\text{تندی قاب})} = \frac{۴cm}{۴\frac{m}{s}} = ۰/۰۱s$ = خروج کامل قاب از میدان (از $t_۲$ تا $t_۳$)

شار بیشینه $\Phi_m = BA = ۰/۰۱T \times (۴cm \times ۳cm) = ۰/۰۱ \times ۱۲ \times ۱۰^{-۴}Wb = ۱/۲ \times ۱۰^{-۵}Wb$

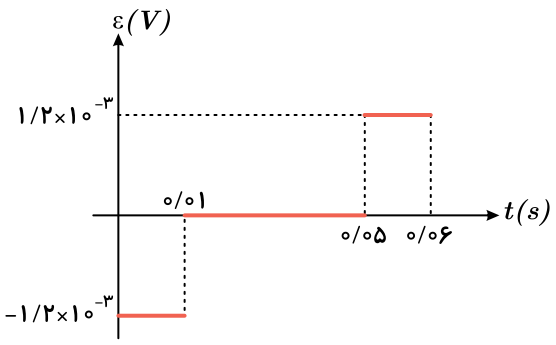


ب

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon}_{(t_۱ \text{ تا } t_۰)} = \frac{-(۱/۲ \times ۱۰^{-۵} - ۰)Wb}{۰/۰۱s} = -۱/۲ \times ۱۰^{-۳}V$$

$$\bar{\varepsilon}_{(t_۲ \text{ تا } t_۱)} = ۰$$

$$\bar{\varepsilon}_{(t_۳ \text{ تا } t_۲)} = \frac{-(۰ - ۱/۲ \times ۱۰^{-۵})Wb}{۰/۰۱s} = +۱/۲ \times ۱۰^{-۳}V$$



۸ الف) گام اول: معادلهٔ جریان متناوب را براساس داده‌های مسئله می‌نویسیم:

$$I = I_m \sin \frac{۲\pi}{T} t \Rightarrow I = ۵ \sin \frac{۲\pi}{۰/۰۴} t \Rightarrow I = ۵ \sin ۵۰\pi t$$

گام دوم: بیشینهٔ جریان هنگامی اتفاق می‌افتد که $\sin \frac{۲\pi}{T} t = ۱$ باشد.

$$\sin ۵۰\pi t = ۱ \Rightarrow ۵۰\pi t = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow t = \frac{۱}{۱۰۰} s$$

ب) نیروی محرکهٔ القایی در این لحظه بیشینه است و از رابطهٔ اهم تعیین می‌شود:

$$\varepsilon_m = I_m R = (۵A) \times (۱۰\Omega) = ۵۰V$$

۹ گام اول: جریان سیملوله را در لحظهٔ $t = ۴s$ به دست می‌آوریم:

$$I = (۱/۵ \times ۴) + ۴ = ۱۰A$$

گام دوم: اعداد داده‌شده را در رابطهٔ انرژی قرار می‌دهیم:

$$U = \frac{۱}{۲} L I^۲ \Rightarrow ۰/۲۵J = \frac{۱}{۲} \times L \times (۱۰A)^۲ \Rightarrow L = \frac{۰/۲۵}{\frac{۱}{۲} \times ۱۰۰} = ۵ \times ۱۰^{-۳} H = ۵mH$$

۱۰ گام اول: از رابطهٔ انرژی القاگر، اندازهٔ جریان را در لحظهٔ موردنظر به دست می‌آوریم:

$$U = \frac{۱}{۲} L I^۲ \Rightarrow ۳/۲J = \frac{۱}{۲} \times (۱۰۰ \times ۱۰^{-۳} H) \times I^۲ \Rightarrow I^۲ = ۶۴ \Rightarrow I = ۸A$$

گام دوم: جریان به‌دست‌آمده را در رابطهٔ $I - t$ می‌گذاریم و t را حساب می‌کنیم:

$$I = t^۲ - ۸ \Rightarrow ۸ = t^۲ - ۸ \Rightarrow t^۲ = ۱۶ \Rightarrow t = ۴s$$

۱۱ شار عبوری از یک سطح از رابطهٔ $\Phi = BA\cos\theta$ به دست می‌آید که θ زاویهٔ نیم‌خط عمود بر سطح با میدان است در اینجا میدان در راستای محور xها و میدان در راستای محور yها را داریم $B_y = ۳۰mT$, $B_x = ۴۰mT$ چون سطح با محور xها موازی است زاویهٔ θ بین میدان B_x و نیم‌خط عمود بر سطح برابر ۹۰° می‌شود و زاویهٔ θ بین نیم‌خط عمود بر سطح با میدان B_y برابر صفر است و چون $\cos ۹۰ = ۰$ و $\cos ۰ = ۱$ یعنی شار عبوری از سطح فقط ناشی از میدان B_y می‌شود و داریم:

$$\Phi_x = B_x A \cos\theta_x = ۴۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۴۰ \times ۱۰ \times ۰ = ۰$$

$$\Phi_y = B_y A \cos\theta_y = ۳۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۴۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۱ = ۱/۲ \times ۱۰^{-۴} Wb$$

۱۲ در لحظهٔ $t = ۰$ زاویهٔ بین میدان و نیم‌خط عمود بر حلقه (θ) برابر صفر است.

در مدت $۲s$ حلقه ۶۰ درجه می‌چرخد و این زاویه به ۶۰ درجه می‌رسد. بنابراین در لحظهٔ $t = ۲s$ شار مغناطیسی برابر است با:

$$\Phi = AB\,cos\theta \xrightarrow[\theta = ۶۰^\circ]{\Phi_{max} = AB = ۵Wb} \theta = ۵ \times ۱/۲ = ۲/۵Wb$$

۱۳

وقتی حلقه عمود بر محور y قرار داشته باشد، مطابق شکل فقط مؤلفهٔ قائم میدان مغناطیسی از آن عبور می‌کند و باعث ایجاد شار می‌شود.

$$\phi = BA\cos\theta \Rightarrow \phi = (۱۰۰۰)(۱۰^{-۴})(۵۰ \times ۱۰^{-۴}) = ۵ \times ۱۰^{-۴} Wb \Rightarrow \phi = ۵۰۰\mu Wb$$

۱۴ وقتی سیم را به شکل تعدادی حلقهٔ مربعی شکل در می‌آوریم، محیط هر حلقه برابر $۴a$ می‌شود و اگر تعداد حلقه‌ها را در محیط یک حلقه ضرب کنیم باید برابر با طول سیم شود. بنابراین تعداد حلقه‌ها برابر است با:

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط یک حلقه}}$$

$$\Rightarrow \frac{۶۰}{۴a} = ۱۵۰$$

$\Rightarrow a = ۰/۱m = ۱۰cm$ (a ضلع حلقه است)

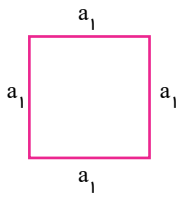
از طرفی در رابطهٔ $\Phi = AB\cos\theta$، θ زاویهٔ بین میدان و خط عمود بر حلقه است. داریم:

حلقه‌ها $A = a^۲ = ۱۰^{-۲}m^۲$ $\qquad \Phi = BA\cos\theta$

$\theta = ۹۰^\circ - (\text{زاویهٔ بین میدان و سطح حلقه}) = ۹۰^\circ - ۵۳^\circ = ۳۷^\circ \rightarrow \Phi = ۰/۴ \times ۱۰^{-۲} \times \overset{۰/۸}{\cancel{\cos ۳۷^\circ}} = ۳/۲ \times ۱۰^{-۳}Wb$

۱۵

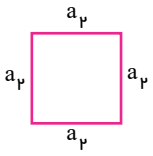
ابتدا طول ضلع مربع اولیهٔ بزرگ و مربع‌های کوچک را به دست می‌آوریم:



$$\ell = ۴a_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{\ell}{۴} \Rightarrow A_۱ = a_۱^۲ = \frac{\ell^۲}{۱۶}$$

$$\frac{\ell}{n} = ۴a_۲ \Rightarrow a_۲ = \frac{\ell}{۴n} \Rightarrow A_۲ = a_۲^۲ = \frac{\ell^۲}{۱۶n^۲}$$

حال با استفاده از رابطهٔ شار مغناطیسی داریم:



$$\frac{\Phi_۲}{\Phi_۱} = \frac{nBA_۲\cos ۰^\circ}{BA_۱\cos ۰^\circ} = \frac{nA_۲}{A_۱} = \frac{\frac{n\ell^۲}{۱۶n^۲}}{\frac{\ell^۲}{۱۶}} = \frac{۱}{n}$$

۱۶

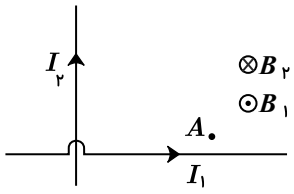
$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} \rightarrow ۱۲ = N \times ۲۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۱ \times (\frac{-۰/۴ - ۰/۲}{۲۰ \times ۱۰^{-۳}}) \Rightarrow N = ۲۰۰$$

۱۷

الف) نقطه b

ب) جاذبه

۱۸ ابتدا میدان حاصل از هر سیم را مشخص می‌کنیم. چون نقطهٔ A به سیم (۱) نزدیک‌تر است، $B_۱ > B_۲$ و میدان برایند برونسو خواهد بود.



۱۹ بدون حضور حلقه، تندی توپ بیشتر است؛ زیرا طبق قانون لنز، وجود حلقه با حرکت آهنربا مخالفت می‌کند و تندی برخورد آن به توپ را کاهش می‌دهد.

توضیح: با توجه به اینکه در کتاب درسی همواره حلقه رسانا است، پاسخ به صورت بالا خواهد بود. اما اگر با فرض نارسانا بودن حلقه، پاسخ را به صورت زیر بنویسید نیز درست است: اگر حلقه نارسانا باشد، تندی توپ در دو شکل یکسان است.

۲۰ میدان مغناطیسی القایی درون حلقه درونسو است که درخلاف جهت میدان حاصل از سیم است. بنابراین حلقه در حال نزدیک شدن به سیم بوده است.